VALIDATION DES ATELIERS

Formule des probabilités totales et indépendance

L'élève se présente fiche de suivi et cahier en main (ou l'écran final ouvert, pour un atelier en ligne). **1.** Coup d'œil au cahier : le comparer à la colonne de gauche. **2.** Poser la question 1 ; la question 2 sert de repli. Une réponse juste valide l'atelier : tampon.

ATELIER A Probabilités totales en situation

fiche d'exercices

Sur le cahier

Ex. 1 Arbre : $p(M) = 0{,}02$; $p_M(S) = 0{,}98$; $p_{\overline{M}}(S) = 0{,}02$.

$p(S) = 0{,}0196 + 0{,}0196 = 0{,}0392$; $p_S(M) = \dfrac{0{,}0196}{0{,}0392} = \dfrac{1}{2}$, avec une phrase de commentaire.

Ex. 2 Arbre à trois branches : $0{,}2$; $0{,}3$; $0{,}5$.

$p(F) = 0{,}08 + 0{,}18 + 0{,}34 = 0{,}6$.

$p_S(F) = 0{,}6 = p(F)$: S et F sont indépendants.

À faire redire

1. Sur un arbre pondéré, comment calcule-t-on $p(B)$?

→ *On additionne les probabilités des chemins qui mènent à B (th. 1 et 2).*

2. Comment prouver que deux évènements sont indépendants ?

→ $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ *(déf. 2), ou bien* $p_A(B) = p(B)$ *(th. 3).*

ATELIER B Copies à corriger

chasse aux erreurs

Sur le cahier

Copie 1, fausse : un chemin oublié ; $p(C) = 0{,}24 + 0{,}28 = 0{,}52$.

Copie 2, fausse : $p_B(D)$ confondu avec $p_D(B)$; $p_B(D) = \dfrac{0{,}2}{0{,}35} = \dfrac{4}{7}$.

Copie 3, fausse : incompatibles, donc $p(A \cap E) = 0 \neq \frac{1}{6}$: A et E ne sont pas indépendants.

Copie 4 : juste $(0{,}18)$. A et F : $p(A \cap F) = \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{6}$, indépendants.

À faire redire

1. Deux évènements incompatibles, de probabilités non nulles, sont-ils indépendants ?

→ *Non :* $p(A \cap B) = 0$*, alors que* $p(A) \times p(B) \neq 0$.

2. Quelle différence entre $p_D(B)$ et $p_B(D)$?

→ *L'une porte sur les élèves de D, l'autre sur ceux de B.*

ATELIER C Situation, arbre, probabilité

jeu des familles

Sur le cahier

E3–M2–S4 : $p(B) = 0{,}18 + 0{,}08 = 0{,}26$

E1–M4–S2 : $p(B) = 0{,}12 + 0{,}12 = 0{,}24$

E4–M3–S1 : $p(B) = 0{,}54 + 0{,}16 = 0{,}7$

E2–M1–S3 : $p(B) = 0{,}45 + 0{,}2 = 0{,}65$

E4 rédigé : $p_A(B) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$, arbre, formule, calcul, phrase.

À faire redire

1. Où place-t-on dans l'arbre un pourcentage introduit par « parmi » ?

→ *Au second niveau : c'est une probabilité* sachant.

2. Énoncer la formule des probabilités totales avec A et $\overline{A}$.

→ $p(B) = p(A) \times p_A(B) + p(\overline{A}) \times p_{\overline{A}}(B)$ *(th. 1).*

ATELIER D Indépendants ou pas ?

dominos

Sur le cahier

D1, D12, D5, D9, D2, D11, D6, D4, D8, D7, D3, D10, puis retour à D1 : la chaîne se referme, avec un calcul par domino.

D3 rédigé : $A = \{2\,;4\,;6\}$, $B = \{3\,;6\}$, $A \cap B = \{6\}$; $p(A \cap B) = \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$: indépendants.

À faire redire

1. A et B sont indépendants. Que dire de A et $\overline{B}$? de $\overline{A}$ et $\overline{B}$?

→ *Indépendants aussi (th. 4).*

2. A et B sont indépendants : que vaut $p_A(B)$?

→ $p(B)$ *: A n'influe pas sur B (th. 3).*

ATELIER E Retour aux arbres pondérés

fiche pas à pas

Sur le cahier

$p(J) = 0{,}25$; $p_J(P) = 0{,}8$; $p_{\overline{J}}(P) = 0{,}4$, puis $0{,}75$; $0{,}2$; $0{,}6$ et l'arbre complété.

Chemins : $p(J \cap P) = 0{,}2$ et $p(\overline{J} \cap P) = 0{,}3$, chacun traduit par une phrase ; $0{,}05$ et $0{,}45$; somme 1.

$p(P) = 0{,}2 + 0{,}3 = 0{,}5$; $p_P(J) = \dfrac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4$.

À faire redire

1. Comment obtient-on la probabilité d'un chemin de l'arbre ?
→ On multiplie les probabilités de ses branches : $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$.

2. Que vaut la somme des probabilités des branches issues d'un même point ?
→ 1 : c'est ce qui permet de compléter l'arbre.

ATELIER F Le jeu des trois portes

planche BD

Sur le cahier

$p(B) = \dfrac{1}{3}$; $p_B(G) = 0$; $p_{\overline{B}}(G) = 1$, avec l'arbre.

$p(G) = \dfrac{1}{3} \times 0 + \dfrac{2}{3} \times 1 = \dfrac{2}{3}$.

Il faut changer : $\dfrac{2}{3}$ contre $\dfrac{1}{3}$ en gardant sa porte.

Quatre portes : $p(G) = \dfrac{1}{4} \times 0 + \dfrac{3}{4} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{8} > \dfrac{1}{4}$: mieux vaut encore changer.

À faire redire

1. Il reste deux portes fermées : pourquoi la probabilité de gagner n'est-elle pas $\dfrac{1}{2}$?
→ Le présentateur n'ouvre pas une porte au hasard : il sait où est la voiture. Les deux portes n'ont pas la même probabilité.

2. Quels évènements placer au premier niveau de l'arbre, et pourquoi ?
→ B et $\overline{B}$ (premier choix bon ou non) : on connaît alors $p_B(G)$ et $p_{\overline{B}}(G)$.

ATELIER G Le test de dépistage

parcours guidé en ligne

Sur l'écran, puis sur le cahier

Écran 7 affiché, score de **5 sur 5**, mention « Validé ».

Cahier : arbre $0{,}001$ / $0{,}999$, puis 1 / 0 et $0{,}05$ / $0{,}95$.

$p(T) = 0{,}001 \times 1 + 0{,}999 \times 0{,}05 = 0{,}001 + 0{,}04995 = 0{,}05095$.

$p_T(M) = \dfrac{0{,}001 \times 1}{0{,}05095} \approx 0{,}02$.

À faire redire

1. Dire par une phrase ce que sont $p_M(T)$ et $p_T(M)$.
→ $p_M(T)$: probabilité que le test soit positif sachant que la personne est malade ; $p_T(M)$: qu'elle soit malade sachant que son test est positif.

2. Pourquoi, pour une maladie rare, un test positif veut-il rarement dire « malade » ?
→ Les personnes saines sont si nombreuses que leurs tests positifs dépassent de loin ceux des malades.

ATELIER H QCM façon EAM

QCM en ligne

Sur l'écran

Écran de résultat ouvert, mention « Validé » : au moins **9 sur 10**.

Les valeurs changent à chaque chargement : aucune réponse à contrôler. En dessous de 9, l'élève relit les explications (« Revoir le QCM ») et recommence.

À faire redire

1. A et B sont indépendants : comment calculer la probabilité qu'aucun des deux ne se réalise ?
→ $p(\overline{A} \cap \overline{B}) = p(\overline{A}) \times p(\overline{B})$, car $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendants (th. 4).

2. Dans un arbre dont le premier niveau a trois branches, comment obtenir $p(B)$?
→ On additionne les trois chemins qui mènent à B : les trois évènements forment une partition (th. 2).